## Minimering af automater

- **Minimering**
  - Hvis der er to strenge, som er uskelnelige, er der ingen grund til at skelne mellem dem. Vi laver en minimal automat.
  - L er regulært ⇔ $I_L$ har endeligt mange ækvivalensklasser.
- **Myhill and Nerode** theorem (Th. 5.1).

  $M_L = (Q_L, \Sigma, q_0, A_L, \delta)$

  $Q_L$ *ækv. over* $Q$, $q_0 = [\Lambda]$, $A_L = \{q \in Q_L \mid q \cap L \neq \varnothing\}$,

  $::::\delta([x], a) = [xa] \ (\delta : Q_L \times \Sigma \to Q_L) ::::$

  $Hvis\ xI_L y \Rightarrow xaI_L ya, a \in \Sigma ...$

  Vi skal vise at $L(M_L) = L \Rightarrow L(M_L) \subseteq L \ og \ L \subseteq L(M_L)$

  Lemma: $\forall x, y \in \Sigma^* : \delta^*([x], y) = [xy]$

  BEVIS:

  $\delta^*(q_0, x) = \delta^*([\Lambda], x) = [x]$

  $x \in L(M_L) \Leftrightarrow \delta^*(q_0, x) \in A_L \Leftrightarrow [x] \in A_L \Leftrightarrow [x] \cap L \neq \varnothing$

  $x \in L \Rightarrow [x] \cap L \neq \varnothing \ (pga. A_L)$

  $[x] \cap L \neq \varnothing \Rightarrow x \in L\,?$

  $x \in L(M_L) \ \ dvs. [x] \in A_L$

  $y \in [x] \quad y \in L \Rightarrow x \in L$

  - Lemma'et:

    Basis y = Λ: $\delta^*([x], \Lambda) = [x\Lambda] = [x]$

    I.H.: $\delta^*([x], y) = [xy]$

    In.skridt: $\delta^*([x], ya) = \delta(\delta^*([x], y), a) = \delta([xy], a) = [xya]$
  - Minimal FA:
    - n antallet af ækv.klasser over $I_L$.
    - $M_L$ har n tilstande
    - $x_i$ fra hver ækv.klasse. $x_i$,$x_j$ (i != j) er skelnelige mht. L.
    - Altså en FA, der genkender L skal have mindst n tilstande → det har $M_L$, så den er minimal!
- **Algoritmen** (Lemma 5.2)
  - S: (p,q), hvor $\begin{array}{l} p \in A, q \notin A \Rightarrow (p,q) \in S \\ \delta((p,q), a) \in S \Rightarrow (p,q) \in S \end{array}$
  - 1. Fjern uopnåelige tilstande.
  - 2. Find ækvivalensklasser vha. tabel S.
  - 3. Uskelnelige tilstande slås sammen.